

## 実験 C 「曲面のふしぎ ～ “向き” ってなんだろう?～」

大場貴裕 大阪大学大学院理学研究科 日本数学会所属

久野恵理香 大阪大学大学院理学研究科 日本数学会所属

8月8日(月)【実験・実習】9:00～10:30, 11:00～12:30

### ■実習の概要

私たちの身の回りには色々な曲面が潜んでいます。ボールや浮き輪、そして私たちの体の表面も曲面です。2つの曲面があるとき、それらを切らずに伸び縮みさせ、まったく同じ形にすることはできるでしょうか？(図1)これがいつ可能であり、不可能であるかは**曲面の分類定理**によりわかっています。

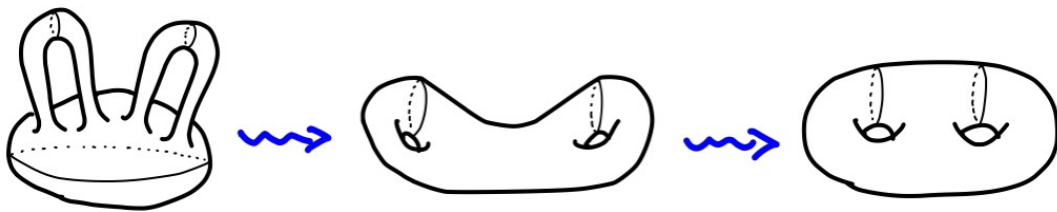


図1：図形の変形

この実習の前半では、どのような情報によって曲面が分類されるかを学習します。分類に使う情報の一つに「向き」があります。生活の中でも、グラウンドを走る向きや、服の裏表など向きが使われています。実は曲面にも向きがあります。実習の後半では、まず数学的にどのように向きが扱われるかを学び、その後、向きが付けられない曲面について考えていきます。そして、このような曲面のうちで最も簡単な図形を皆さんと一緒に工作していきます。

### ■曲面の分類定理

曲面は次の2つ情報で分類されます：

- ・種数という「穴の数」；
- ・向きが付けられるかどうか。

2つの曲面のこれらの情報が同じであれば、片方の曲面を変形させ、もう片方の曲面と全く同じ形にすることができます。例えば図2(a)と(b)の曲面は、穴の数は2つで、向きが付けられます。したがって、(a)を変形させて(b)と同じ形にすることができます(変形できますか?)。また、図2(c)の曲面の穴の数は1つなので、同じ形にはなれません。

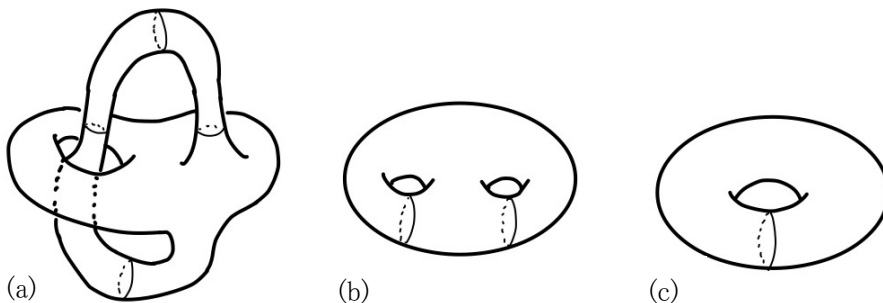


図2

## ■向き付けのできない曲面

図2では向きが付けられる曲面を描きました。向きが付けられない曲面も図に描くことはできるでしょうか？残念ながら、多くのこのような曲面を図には正確に描けませんし、立体として工作することもできません。しかし、曲面同士の交わりを許すと、図としても立体としても実現することができます。

この実習では、向きが付けられない曲面のうちで最も簡単な曲面の立体模型を作成します。この立体は発見したWerner Boy (ボーイ)さんの名前にちなみ、**ボーイ曲面**と呼ばれています。また、今回の模型は、小笠英志先生 [小笠] が作成された設計図を使って工作する予定です。



図3: 完成したボーイ曲面の模型

## 参考文献

[小笠] 小笠英志, *Make your Boy surface*, arXiv:1303.6448 (v2), 2020

\*\*\*\*\*

## ■講師紹介

**大場 貴裕 (おおば たかひろ)**

専門: トポロジー (高い次元の図形を低い次元の図形を使って研究しています。)

数学科を選んだ理由: 中学や高校のときに大学でどんな数学を学ぶのかを先生に聞きました。そのときに数学の厳密さや少し哲学めいたところに惹かれ、大学で数学を学んでみたいと思い数学科に進学しました。

**久野 恵理香 (くの えりか)**

専門: トポロジー (主に、曲面について研究しています。)

数学科を選んだ理由: 高校生の際に数学の問題を何時間も考えて解いている時間が好きでした。大学ではどのような数学を学ぶのだろうと興味があったため、数学科を選びました。